Асимптотические разложения для обобщенной формы интегрального преобразования с функцией Трикоми в ядре.
Ю. В. Васильев (Минск, Беларусь)

Получены асимптотические разложения в нуле и на бесконечности для интегрального преобразования вида (см. [4])

$$(\mathbf{\Psi}_{\sigma,\kappa;\alpha,\beta,h}f)(\lambda) = \lambda^{\sigma}\int_0^{\infty}\Psi(a,c,h\lambda^{\alpha}t^{\beta})t^{\kappa}f(t)dt \quad (\lambda,h>0;a,c,\sigma,\kappa,\alpha,\beta\in\mathbf{C}). \quad (1)$$

Посредством замены переменных $\xi = h\lambda^{\alpha}t^{\beta}$, $\Lambda = \frac{1}{h\lambda^{\alpha}}$ и замены функции $f_1(x) = f(x^{\frac{1}{\beta}})$ исходное интегральное преобразование приводится к виду

$$(\mathbf{\Psi}_{\sigma,\kappa;\alpha,\beta,h}f)(\Lambda) = \frac{\Lambda^{\frac{\kappa+1}{\beta}-\frac{\sigma}{\alpha}}}{\beta h^{\frac{\sigma}{\alpha}}}\int_0^{\infty}\Psi(a,c,\xi)\xi^{\frac{\kappa+1}{\beta}-1}f_1(\Lambda\xi)d\xi =$$

$$= \frac{\Lambda^{\frac{\kappa+1}{\beta}-\frac{\sigma}{\alpha}}}{\beta h^{\frac{\sigma}{\alpha}}}I(\Lambda) = \frac{\Lambda^{\frac{\kappa+1}{\beta}-\frac{\sigma}{\alpha}}}{\beta h^{\frac{\sigma}{\alpha}}}\int_0^{\infty}g(\xi)f_1(\Lambda\xi)d\xi = (\mathbf{\Psi_1}f_1)(\Lambda) \quad (\Lambda>0),$$

где $g(\xi) = \xi^{\frac{\kappa+1}{\beta}-1}\Psi(a,c,\xi)$.
Применяя метод, разработанный в [1-2], и используя формулу Парсеваля для обратного преобразования Меллина (см. [3]), получаем, в частности, что если

$$f \sim \sum_{m=0}^{\infty} b_m t^{a_m},\ \operatorname{Re} a_m \uparrow \infty,\ t\to 0^+, \quad (2)$$

то асимптотическое разложение для $(\mathbf{\Psi}_{\sigma,\kappa;\alpha,\beta,h}f)(\lambda)$ при $\lambda\to+\infty$ в случае взаимно различных полюсов $\mathcal{M}[f;z]$ и $\mathcal{M}[g;1-z]$ имеет следующий вид

$$(\mathbf{\Psi}_{\sigma,\kappa;\alpha,\beta,h}f)(\lambda) \sim \frac{1}{\beta\Gamma(a)\Gamma(1+a-c)}\times$$

$$\times\left[\sum_{m=0}^{\infty} b_m \frac{\lambda^{\sigma-\frac{\alpha(a_m+\kappa+1)}{\beta}}}{h^{\frac{a_m+\kappa+1}{\beta}}}\Gamma(\frac{1}{\beta}(1+\kappa+a_m))\Gamma(1+\frac{a_m+\kappa+1}{\beta}-c)\Gamma(a-\frac{a_m+\kappa+1}{\beta})+\right.$$

$$\left.+|\beta|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\frac{\lambda^{\sigma-\alpha(a+n)}}{h^{a+n}}\mathcal{M}[f;1+\kappa-\beta(a+n)]\Gamma(a+n)\Gamma(1-c+a+n)\right]. \quad (3)$$

Литература.

1. Handelsman R. A., Lew J. S. Asymptotic expansion of a class of integral transforms via Mellin transforms. *Arch. Rational Mech. Anal.,* **35** (1969), 382-396.

2. Handelsman R. A., Lew J. S. Asymptotic expansion of a class of integral transforms with algebraically dominated kernels. *J. Math. Anal. Appl.,* **35** (1971), 405-433.

3. Риекстыньш Э.Я. *Асимптотические разложения интегралов*, vol. **2**, Зинатне, Рига, 1977.

4. Васильев Ю.В. Интегральные преобразования с функцией Трикоми в ядре в пространстве $L_{\nu,r}$, *Вести НАН Беларуси*, сер. физ.-мат. наук, No. 1 (2007), 10-15.